Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

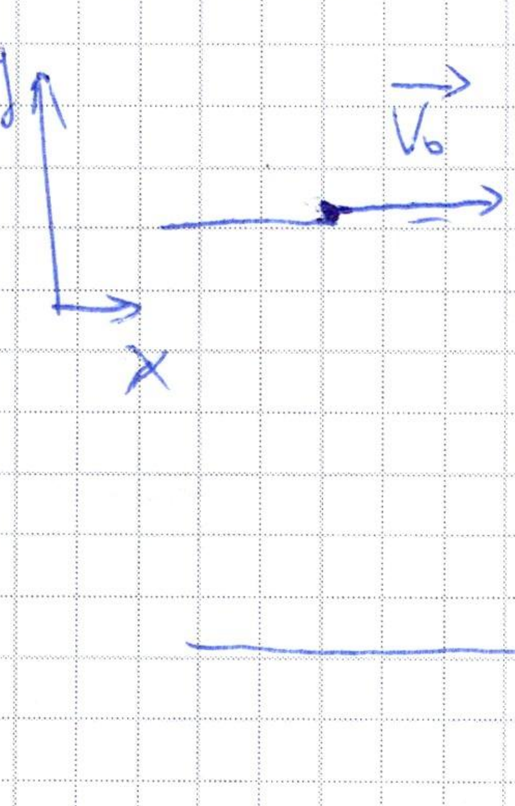
Вариант задания 2

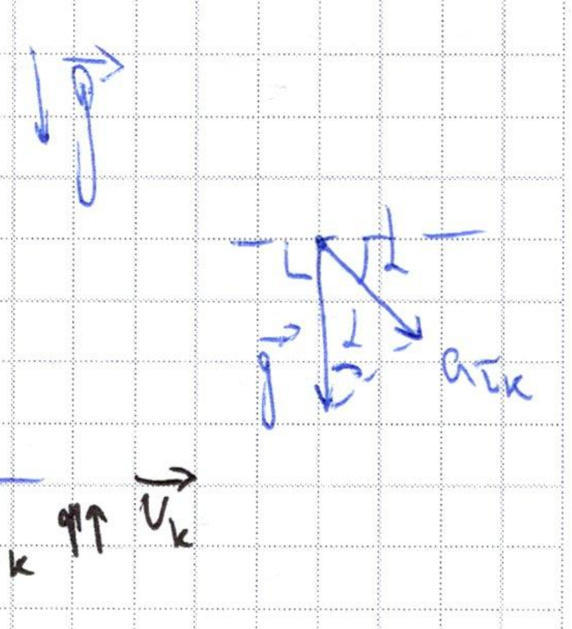
$V_0 = 10 \frac{м}{с}$

$\frac{a_\tau}{|\vec{a}_{\tau_k}|} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

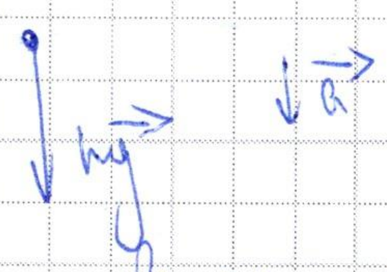
$g = 10 \frac{м}{с^2}$

$h - ?$





Во время полета полное ускорение камня неизменно и равно $\vec{g} = const$.



II З-н Н.

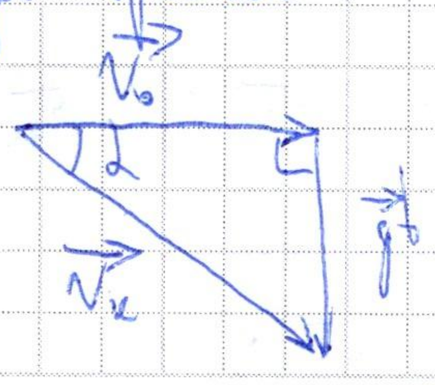
$m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g} = const.$

Тангенциальное ускорение определяет за изменение модуля скорости за единицу времени, значит, для среднего тан. ускорения:

$a_{\tau_{ср}} = a_\tau = \frac{V_k - V_0}{t}$, где t - время полета камня.

$\vec{V}_k = \vec{V}_0 + \vec{g}t$



$\vec{V}_0 \perp \vec{g}t$

$V_k = \frac{V_0}{\cos\alpha}$; $tg\alpha = \frac{gt}{V_0}$

$gt = V_0 tg\alpha$

Будем искать ускорение под углом α к горизонту.

$|\vec{a_{\tau_k}}| = a_{\tau_k} = g\sin\alpha$; $\frac{a_\perp}{|\vec{a_{\tau_k}}|} = \frac{1}{1,5}$

$a_\perp = \frac{V_k - V_0}{t}$

$\frac{t}{\frac{g\sin\alpha}{}} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}$

$\frac{V_k - V_0}{gt\sin\alpha} = \frac{\frac{V_0}{\cos\alpha} - V_0}{V_0 tg\alpha \sin\alpha} = \frac{V_0 - V_0\cos\alpha}{V_0\sin^2\alpha} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{1-\cos\alpha}{1-\cos^2\alpha} =$

$= \frac{1-\cos\alpha}{(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)} = \frac{1}{1+\cos\alpha}$

$\frac{1}{1+\cos\alpha} = \frac{2}{3}$; $2+2\cos\alpha = 3$; $2\cos\alpha = 1$; $\cos\alpha = \frac{1}{2}$; $\alpha = 60° < 90°$.

$\boxed{\alpha = 60°}$. Найдем время полёта t.

Оу: $V_y = V_{0y} + gt$; $V_{0y} = 0$, т.к. $\vec{V_0} \parallel Ox$.

$V_y = gt$.

$V_{ky} = gt$; $V_{ky} = V_k\sin\alpha = V_0\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = V_0 tg\alpha$

$V_0 tg\alpha = gt$; $t = \frac{V_0 tg\alpha}{g}$.

Оу: $y = h - \frac{gt^2}{2}$. В конечной точке: $y = 0$

$0 = h - \frac{gt^2}{2}$; $h = \frac{gt^2}{2} = \frac{g}{2}\cdot\frac{V_0^2 tg^2\alpha}{g^2} = \frac{V_0^2 tg^2\alpha}{2g} = \frac{(V_0 tg\alpha)^2}{2g}$

$h = \frac{(10\cdot tg60°)^2}{2\cdot 10} = \frac{10^2\cdot tg^2 60°}{2\cdot 10} = 5\,tg^2 60° = 15$ м. Ответ: $h = 15$ м.

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

$\nu(H_2O) = 11 \frac{г}{моль}$

$V = 1 л = 10 \cdot 10^{-3} м^3$

$m = 18 г = 18 \cdot 10^{-3} кг$

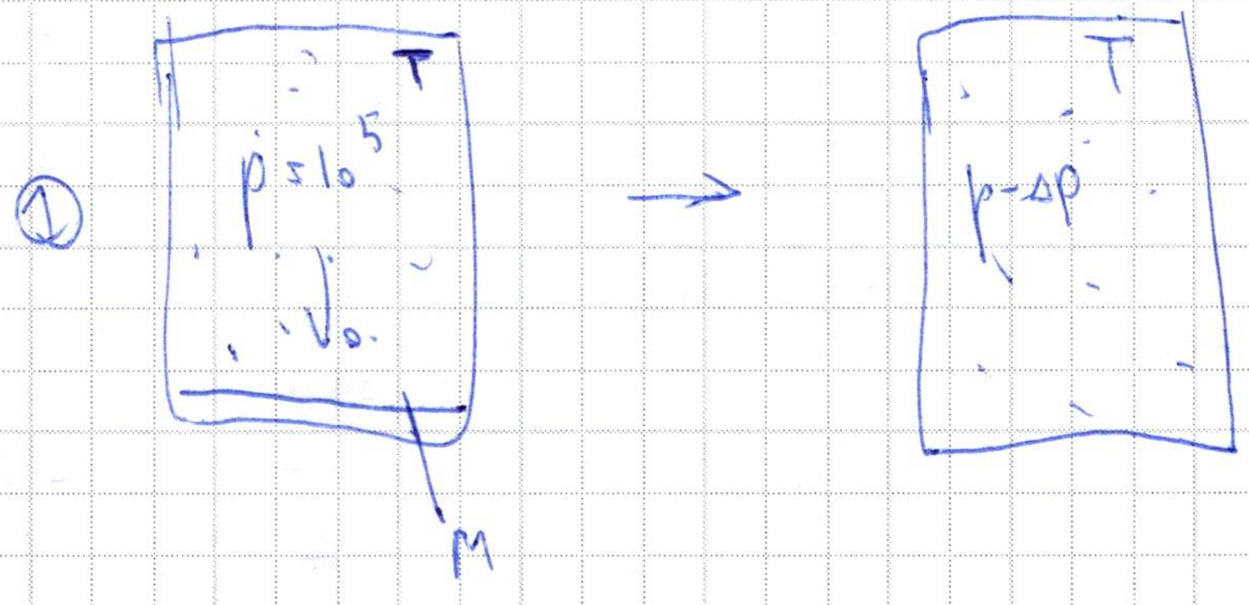
$p = 10^5 Па$

$V = const$

$T = const$

$\frac{\Delta p}{p} = 0{,}1$

$\Delta m - ?$



Т.к. кроме воды в сосуде ничего нет (т.е. нет воздуха), а в сосуде только H_2O при $p = 10^5 Па$, то в сосуде находится пар либо с водой (нас. пар), либо без (ненас. пар)

$\nu_0 = \frac{m}{M} = \frac{18 г}{18 \frac{г}{моль}} = 1 моль$ – столько бы было пара, если бы не было конденсации

$pV = \nu RT$

$T = \frac{pV}{\nu_0 R} = \frac{10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 231} = 720{,}3 K$

$T < 373 K$ Значит пар насыщенный

Если пар весь конденсируется, $T = 373 K$

$\nu = \frac{pV}{RT} = \frac{10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{231 \cdot 373} = 0{,}3226 моль < 1 моль$. Значит, пар насыщенный.

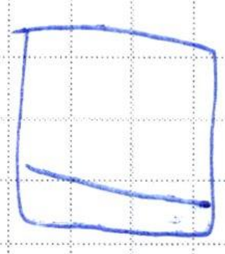
Кол-во: $\nu_н = 0{,}3226 моль$; Кол-во воды: $\nu_0 - \nu_н$.

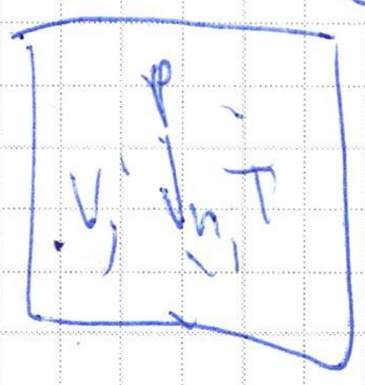
В сосуде – нас. пар + вода при тем-ре $T = 373 K$. ($p_{нас.п} = p = 10^5 Па$)

Т.к. в конце $p - \Delta p < p$, то пар ненасыщенный. Тогда:

②: $(p - \Delta p)V = \nu_к RT$

① → ②: кран закрыли, откачали $\frac{1}{10}$ часть воды ($V_0 - V_n$). Значит будет V_n (кол. нер. + граничная вода)







① → ②

Ур-е сост.

(*) $pV = \nu_n RT$

② $(p-\Delta p)V = \nu_k RT$

$\left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\}$ ②/(*): $1 - \frac{\Delta p}{p} = \frac{\nu_k}{\nu_n}$

$1 - 0{,}1 = \frac{\nu_k}{\nu_n} \Rightarrow \frac{\nu_k}{\nu_n} = 0{,}9$.

$\nu_k = 0{,}9\nu_n$

В процессе (*) → ② кран откачали

$\nu_n - \nu_k = 0{,}1\nu_n$ вещ.

Вспомним, было: $\nu_0 - \nu_n + 0{,}1\nu_n = \nu_0 - 0{,}9\nu_n$

$\Delta m = \mu(H_2O)(\nu_0 - 0{,}9\nu_n) = 18 \frac{г}{моль}(1\,моль - 0{,}9 \cdot 3{,}26\,моль) = 12{,}77\,г.$

Ответ: $\Delta m = 12{,}8$ г.

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

№3

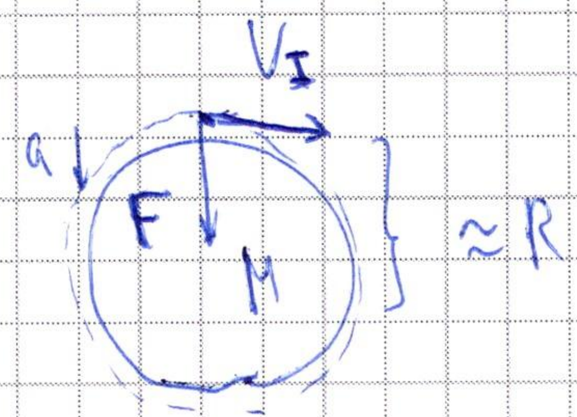
$R_3 = 4671$ км

$h = \frac{R}{3}$

$V_0 = V_I$

$h - ?$





Движение по окружности

$V_I = const$

$a_ц = \frac{V_I^2}{R}$

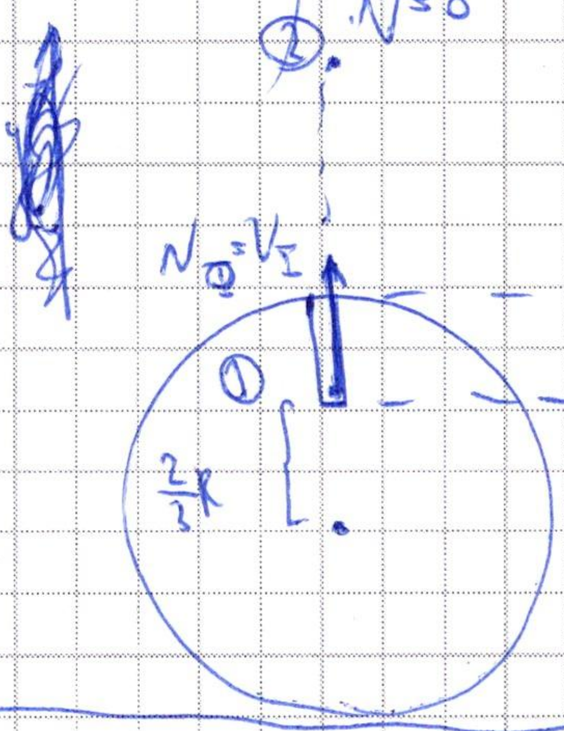
с центром – центр планеты

радиусом $\approx R$

$F = ma$

$G\frac{Mm}{R^2} = ma$; $G\frac{M}{R^2} = a$

$G\frac{M}{R^2} = \frac{V_I^2}{R}$; $V_I^2 = G\frac{M}{R}$; $V_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$



ЗСЭ: ① – ②;

$\frac{mV_0^2}{2} + G\frac{mM}{\frac{1}{3}R} = -G\frac{mM}{H+R}$

В конце $V = 0$,

$y - H = H_{max}$ (от поверхности планеты)

Ракета + Астероид – замкнутая система, только гравитационные => ЗСЭ:

Можно использовать оборот листа для записи решений

$$\frac{V_0^2}{2} + \left(-\frac{3GM}{2R}\right) = \frac{V_0^2}{2} - GM\left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{H+R}\right)$$

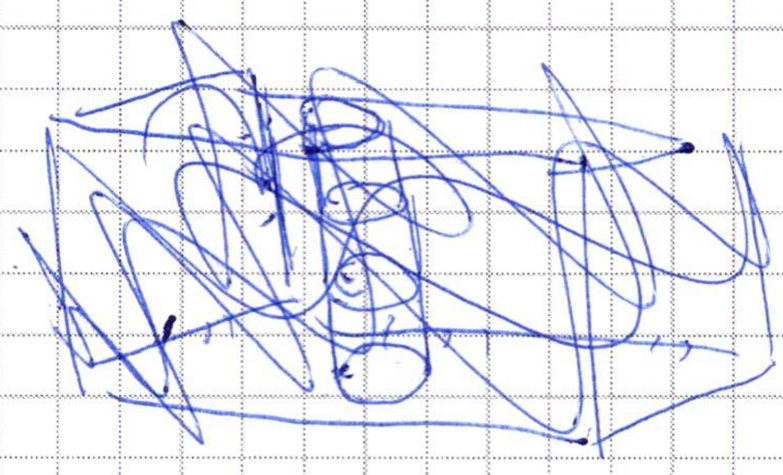
$$\frac{3GM}{2R} = GM\left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{H+R}\right)$$

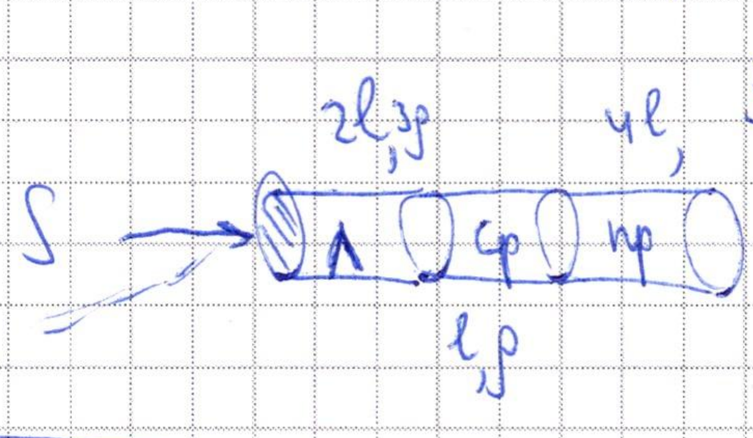
$$\frac{3}{2R} = \frac{3}{2R} - \frac{1}{H+R}; \quad -\frac{1}{R} = -\frac{1}{H+R}$$

$R = H+R \Rightarrow H = 0$. } Ответ, ракета находится на уровне поверхности.

Ответ: $H = 0$.

№4





Дано:
ρ, l
$S = const$
$k - ?$

Решение:

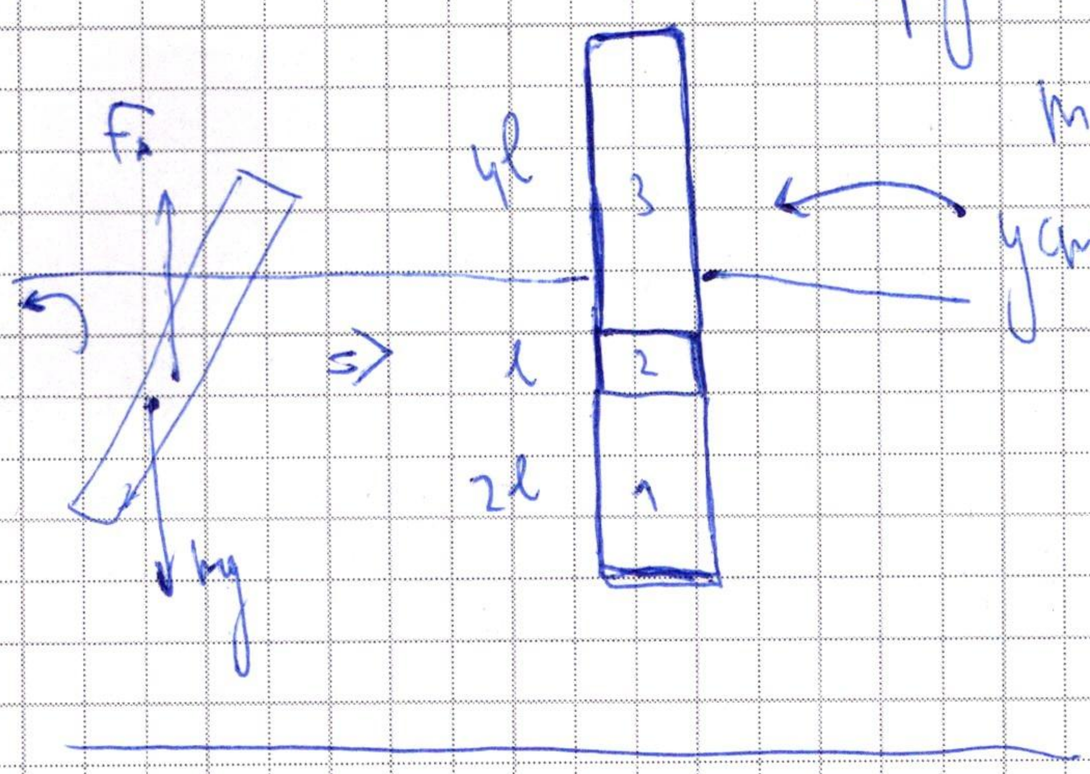
Определим силу Гука на каждую часть:

$F_1 = 2l \cdot 3p \cdot S = 6pkS$
$F_2 = l \cdot p \cdot S = pkS$
$F_3 = 4l \cdot \frac{p}{4} \cdot S = pkS$.

$F_1 > F_2 = F_3$

Значит, в вертикальном положении растяжение левой части будет наибольшим. (будет действующая растягивающая равновесие)

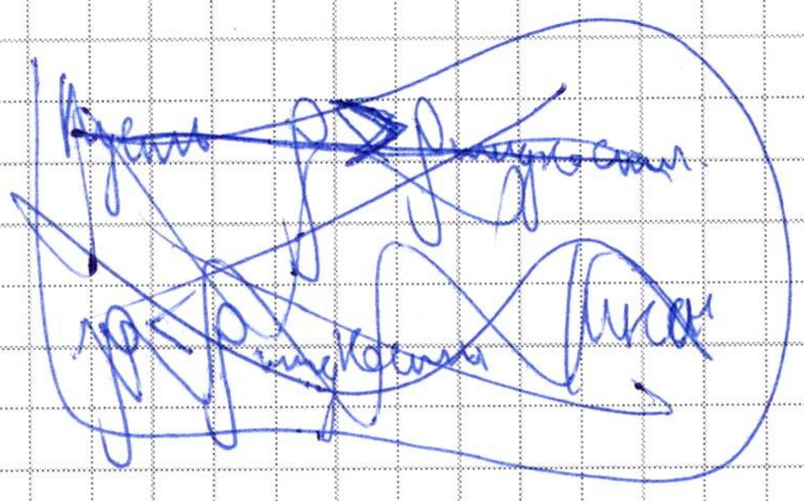
№7 (продолжение)



$m_1 > m_2 = m_3$

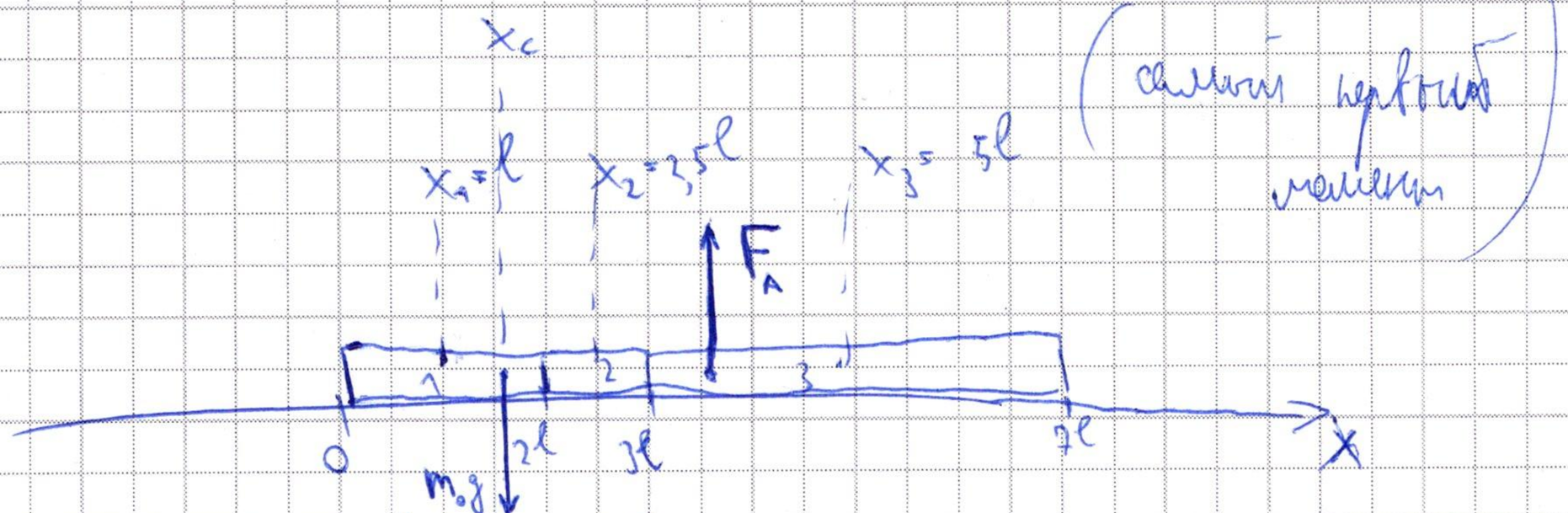
устойчивое равновесие

(Центр масс ниже центр. объема)



Р.к. трубка тонкая, то

$S << l$



(Сначала центр масс)

Найдем положение центра масс:

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \Rightarrow \frac{2l \cdot \rho S + l \cdot \rho S + 4l \cdot \rho S + \frac{7l}{2} \cdot \rho S}{\rho S}$$

$$x_c = \frac{6\rho S \cdot l + 3,5l \cdot \rho S + 5l \cdot \rho S}{8\rho S} = 7,625\,l.$$

Геом. центр: $\frac{7l}{2} = 3,5\,l$

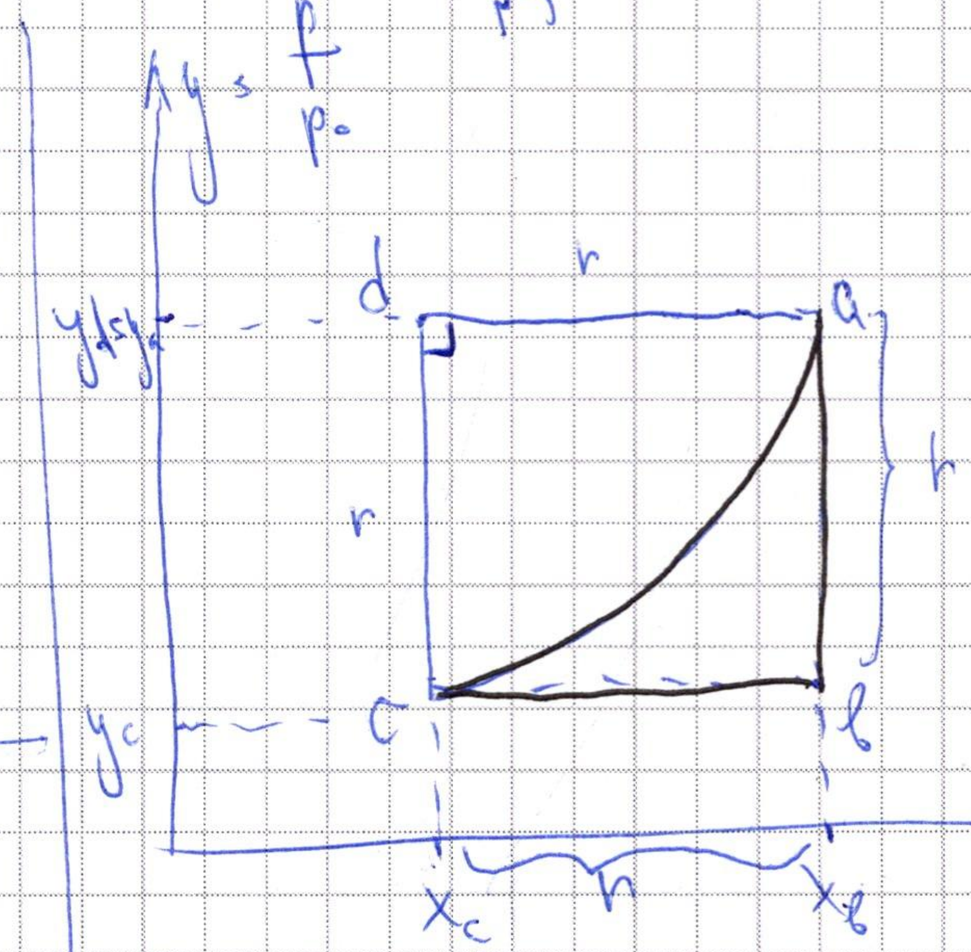
№5

$\nu = 3$

$r = r_{acd}$

d - цикл экспл.

$\mu = const$



1) $\eta_{abca} = \eta$

$\eta_1 = \eta_{acda} - ?$

$\eta_2 = \eta_{cdca} - ?$

Процессы: ad - $p = const$, bc - $p = const$,

cd - $V = const$, ab - $V = const$.

$\angle adc = 90°$

$$\eta = \frac{A}{Q_н}$$

Работа численно равна площади, ограниченной циклом. Площадь черной фигуры abc - разность площадей прямоугольника и сектора окружности:

$$S_{abc} = r^2 - \frac{\pi r^2}{4} = r^2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right); \quad A = p_0 V_0 S_{abc} \cdot \begin{cases} S_{abc} = \\ = 1 - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$a-b$: $V = const$; $p_b < p_a$ - $Q < 0$ - отдали

$b-c$: $p = const$, $V_c < V_b$ - $Q < 0$ - отдали

$c-a$: $Q = \Delta U + A$; $\Delta U > 0$ $(T_a > T_c$, т.к. $p_a V_a > p_c V_c)$

$A > 0$. $\Rightarrow$ $Q > 0$ - получили. $Q = Q_{ca}$

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R \Delta T = \frac{3}{2}(p_a V_a - p_c V_c) = \frac{3}{2} p_0 V_0 (x_a y_a - x_c y_c)$$

$$A_{ca} = \left((x_b - x_c) y_a - \frac{\pi r^2}{4}\right) p_0 V_0 =$$

$$= p_0 V_0 \left((x_b - x_c) y_c + r^2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)\right) = p_0 V_0 \left((x_b - x_c) y_c + S_{abc}\right)$$

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

$\eta = \frac{A}{Q_н} = \frac{S_{abc}}{S_{abc} + (x_в - x_c)y_c + \frac{3}{2}(x_a y_a - x_c y_c)} = \frac{S_{abc}}{(x_в - x_c)y_a - \frac{\pi R^2}{2} + \frac{3}{2}(x_a y_a - x_c y_c)}$



Аналогично:

$a\,c\,d\,a$: $\eta = \frac{A_{acda}}{(Q_{acda})_н} =$

$\frac{A_{acda}}{p_0 V_0} = \frac{\pi R^2}{4}$

$(Q_{acda})_н$:

$a\,c$: – отдает ($Q<0$)

$c\,d$ – $Q>0$, $\Delta U>0$, $A>0$

$d\,a$ – $Q>0$, $\Delta U>0$, $A>0$

$(Q_{acda})_н = Q_{cd} + Q_{da} = \Delta U_{ca} + A_{da} = \frac{3}{2}\pi R^2$

$\frac{(Q_{acda})_н}{p_0 V_0} = \frac{3}{2}(x_a y_a - x_c y_c) + (x_в - x_c)y_a$

Запишем ограничения накладываемые на чертеж фигуры:

$S_{abc} = \frac{\pi R^2}{4} +$ Т.к. $d-a = r$, r_0

$x_в - x_c = r_{s1}$; $y_a - y_c = h_{s1}$

$\eta = \frac{S_{abc}}{S_{abc} + y_c + \Delta U}$; $\eta = \frac{\frac{\pi R^2}{4}}{\Delta U + y_a}$

Можно использовать оборот листа для записи решений

№6

$\alpha = 45^\circ$

$\beta = 60^\circ$

$\mu = 0$

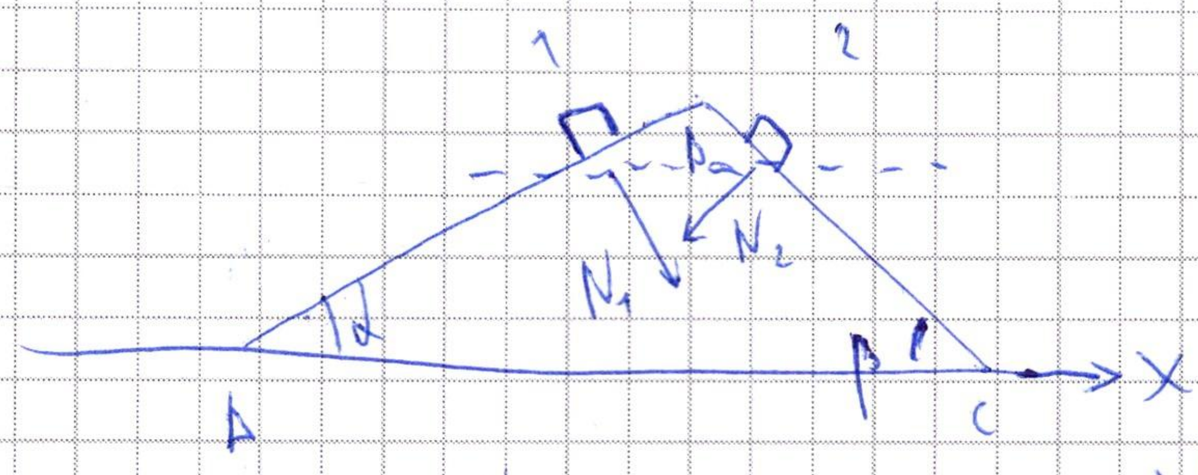
1) $m_1 = m$

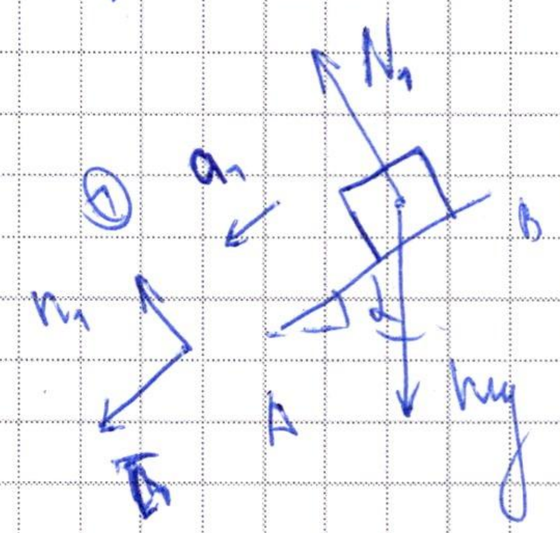
$m_2 - ?$

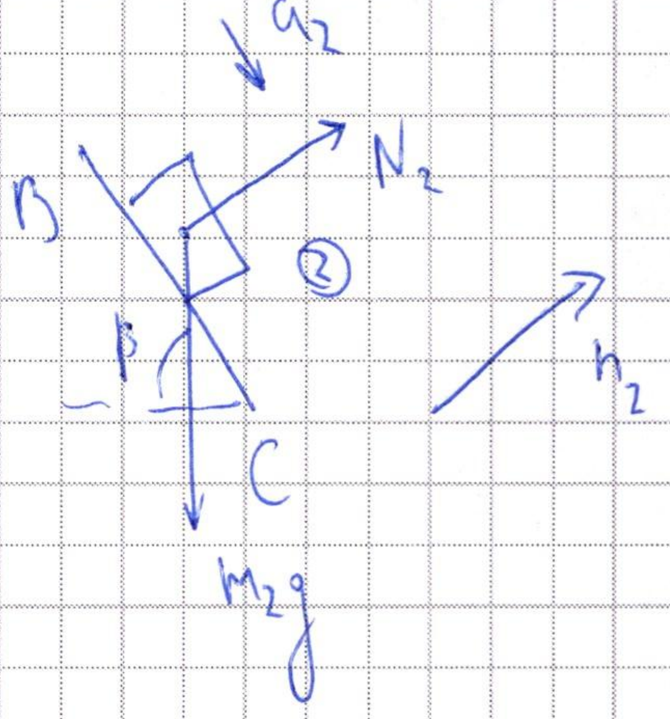
2) $M = \frac{5}{4} m$

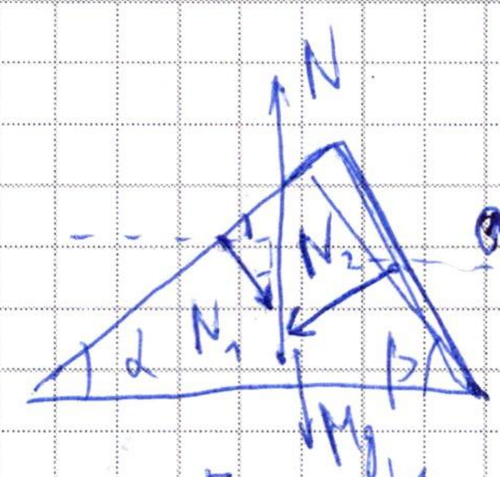
$g = 10 \frac{м}{с^2}$

$\vec{a} - ?$









Т) :

Сразу видно: II З-Н Н: на горизонтальную ось Ox:

II З-Н Н:

①: $m\vec{g} + \vec{N_1} = m\vec{a_1}$ | Ox: 0_{n_1}: $N_1 = mg\cos\alpha$

②: $m_2\vec{g} + \vec{N_2} = m_2\vec{a_2}$ | 0_{n_2}: $N_2 = m_2 g \cos\beta$

Т.к. $\vec{g} = const$ и по время движения $\vec{N_1} = const$ (по условию) $\vec{N_2} = const$, то $\vec{a_1} = const$ и $\vec{a_2} = const$. Сила давления на груз тоже постоянна. Тогда II З-Н.Н для грузов на Ox:

$N_1 \sin\alpha - N_2 \sin\beta = M \cdot 0$

$mg\cos\alpha\sin\alpha - m_2 g \cos\beta \sin\beta = 0$

$m \sin\alpha\cos\alpha = m_2 \sin\beta\cos\beta$

$m_2 = m \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\beta\cos\beta} = m \cdot 1{,}15$

$m_2 = 1{,}15\, m$

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

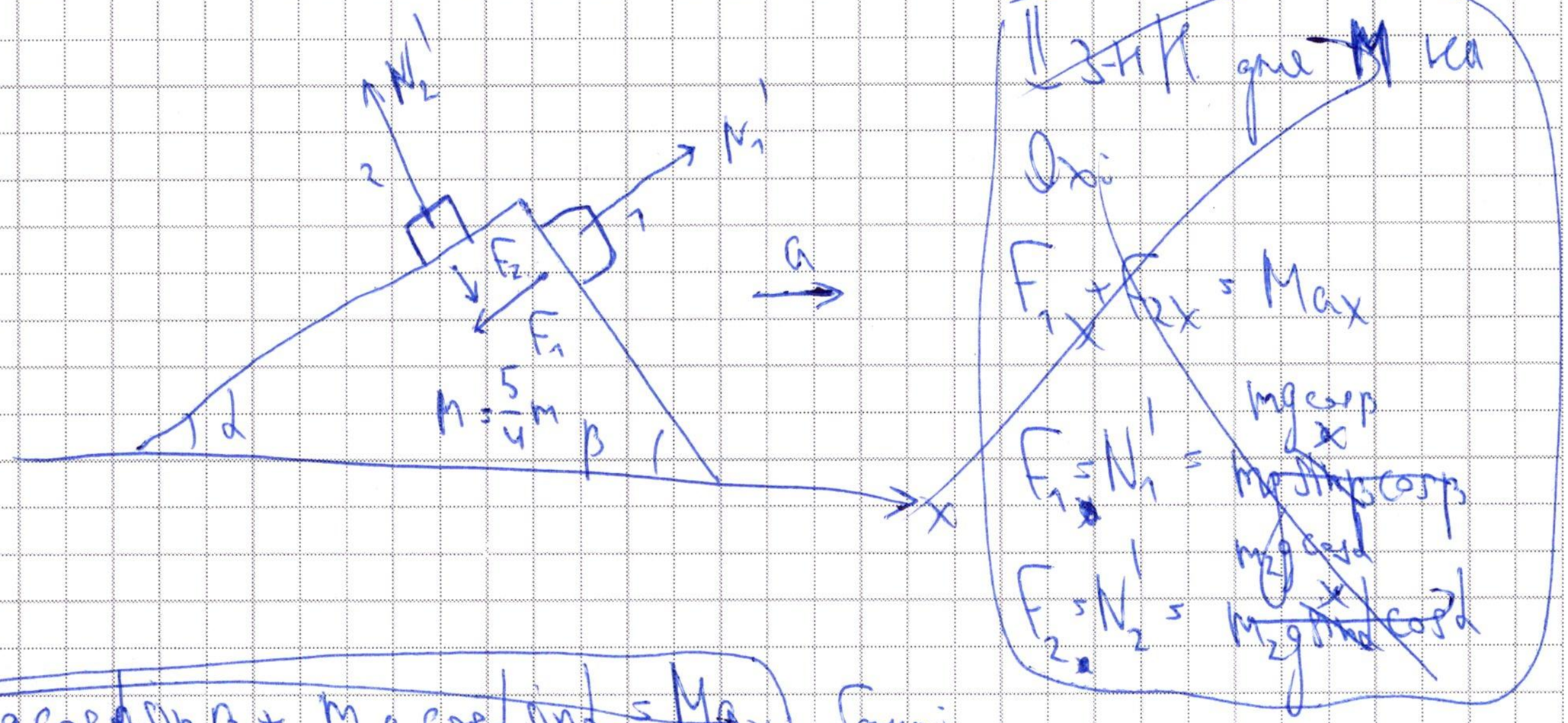
Вариант задания 2

$m_2 > m_1$

$m_2 > 1{,}15\,m$

$\boxed{m_2 > 1{,}15\,m}$

2)

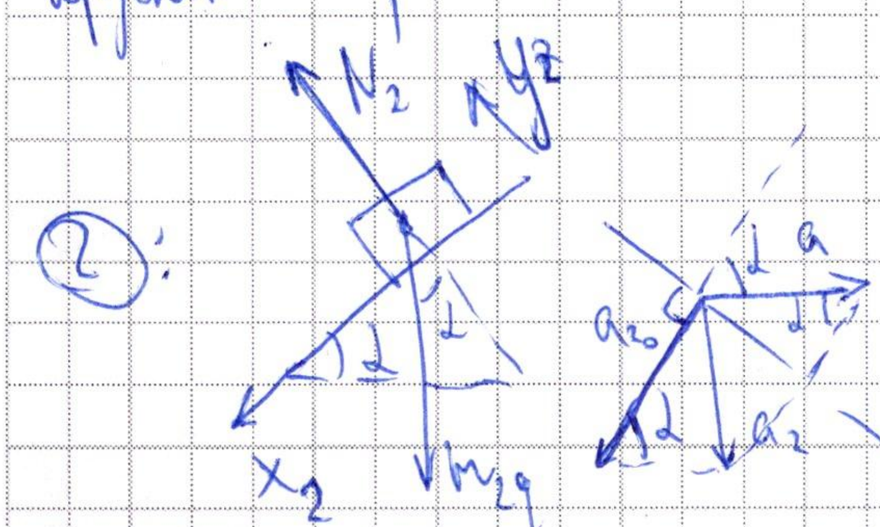


$-mg\cos\beta\sin\beta + m_2 g\cos\alpha\sin\alpha = ma_x$ Горизонт

$a_x > 0$ т.к. $m_2 > m_1$

$a_x = |a_x| = a$

Вертикаль



$\vec{a_2} = \vec{a_{2_0}} + \vec{a}$

$\vec{a_{2_0}}$ – ускорение ② относительно

Ox_2: $m_2 g\sin\alpha = m_2(a_{2_0} - a\cos\alpha)$

~~Ox_2: $m_2 g\sin\alpha = m_2(-a_{2_0}\cos\alpha + a)$~~

Oy_2: $N_2' - mg\cos\alpha = -m_2 a\sin\alpha$

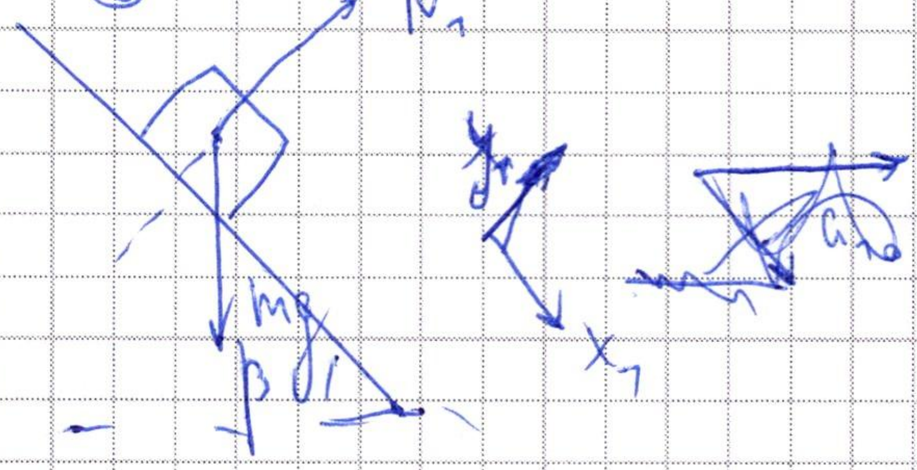
~~Ox_2: $m_2 g\sin\alpha = m_2 a_{2_0}$~~ ~~$Oy_2$:~~

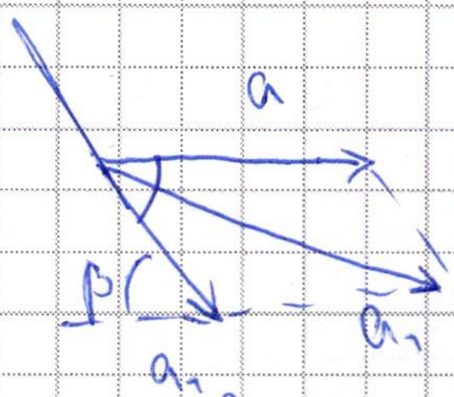
$g\sin\alpha = a_{2_0}$ ~~$\cos\alpha$~~

②: $mg\sin\alpha = a - a_{20}\cos\alpha$ $\quad mg\sin\alpha = a_{20} - a\cos\alpha$

$N_2' = m_2(g\cos\alpha - a\sin\alpha)$

①:





$\vec{a_1} = \vec{a_{1,0}} + \vec{a}$

Ox_1: $mg\sin\beta = m(a_{1,0} + a\cos\beta)$

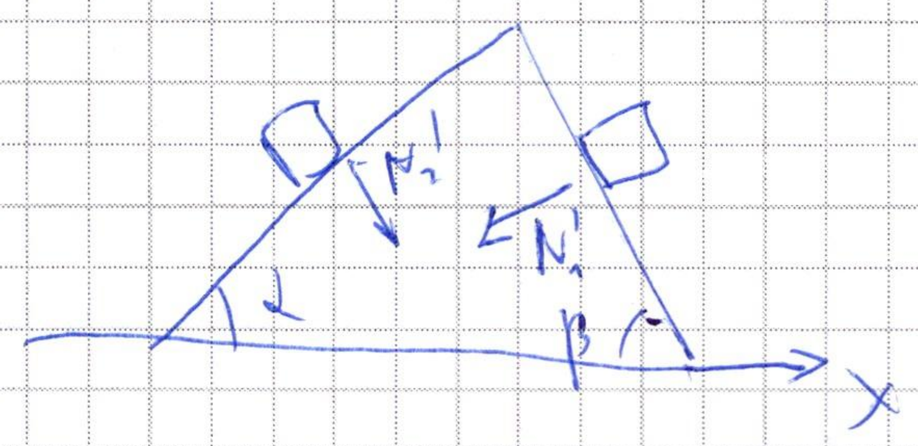


Oy_1: $N_1' - mg\cos\beta = ma\sin\beta$

$N_1' = m(g\cos\beta + a\sin\beta)$

Горизонт:

$N_2'\sin\alpha - N_1'\sin\beta = Ma$



$1{,}75m(g\cos\alpha - a\sin\alpha)\sin\alpha - m(g\cos\beta + a\sin\beta)\sin\beta = \frac{5}{4}ma$

$1{,}75g\sin\alpha\cos\alpha - 1{,}75a\sin^2\alpha - g\cos\beta\sin\beta - a\sin^2\beta = \frac{5}{4}a$

$g(1{,}75\sin\alpha\cos\alpha - \cos\beta\sin\beta) = a\left(\frac{5}{4} + \sin^2\beta + 1{,}75\sin^2\alpha\right)$

$g\cdot(1{,}75\cdot\sin 45^\circ\cos 45^\circ - \cos 60^\circ\sin 60^\circ) = a\left(\frac{5}{4} + \sin^2 60^\circ + 1{,}75\sin^2 45^\circ\right)$

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

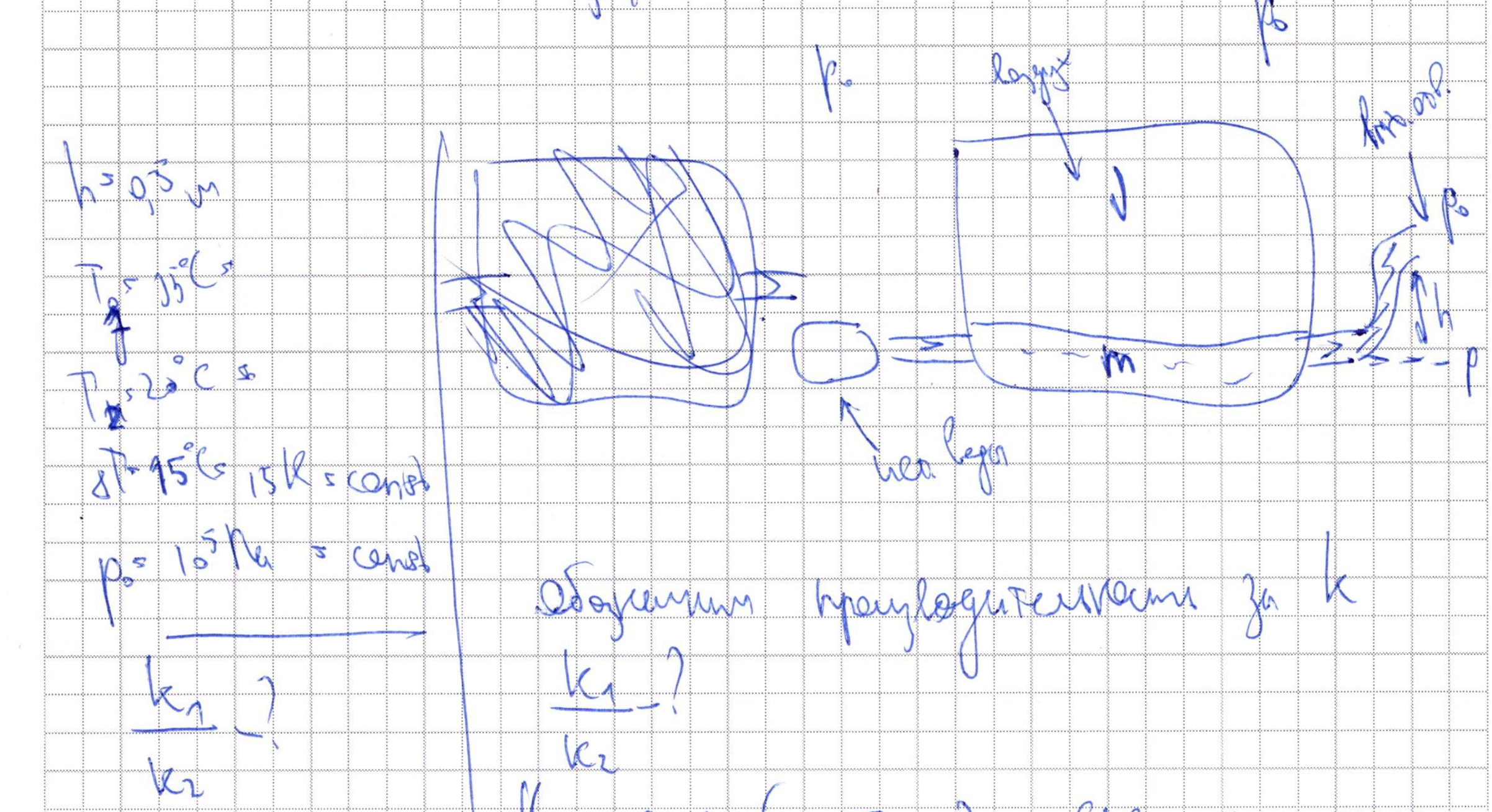
№6 (продолжение)

$g \cdot 0{,}1420 = a \cdot 2{,}575$

$a = \frac{10 \cdot 0{,}1420}{2{,}575} \approx 0{,}55 \frac{м}{с^2}$

Ответ: $a = 0{,}55 \frac{м}{с^2}$.

№7



Дано:

Жарким климат:

$T_1 = 35°C = 308K$

Холодный:

$T_2 = 20°C = 293K$

Найти:

$T_3 = 293K$

$T_4 = 278K$

Можно использовать оборот листа для записи решений

~~Изучение изменения внутренней~~

Масса воды / гелия : m

Кол-во воздуха : ν = const (т.к. сосуд герметичен)

Объем сосуда : V ; Объем воды : $V_в$;

Газа : $V - V_в$ (объем гелия)

~~Работа~~ Работа газа за цикл будет по модулю равна площади Δ.

$A_2 > 0$; $\underline{A_2 = -\Delta U = -(0 - \nu g h) = \nu g h}$

Масса воды записываем $V_в = \frac{m}{\rho_в}$. Тогда газ:

$\underline{V - \frac{m}{\rho_в} = V - V_в}$

~~Т.к. давление постоянно~~ Давление газа внутри:

$p = p_0 + \rho_в g h = const$ (для горизонтальной ручки кассы).

Тогда работа: $A_2 = p\Delta V = p V_в$

$p V_в = \nu g h$

$p = p_0 + \rho_в g h$ – рабочее давление (при подъеме ручки)

(при подъеме ручки)

газ: $pV = \nu R T_г$ } $p V_в = \nu R (T_г - T_н)$

воздух: $p(V - V_в) = \nu R T_н$ }

$k = \Delta m$; $\Delta = const$; $k \sim m$; $\underline{\frac{k_1}{k_2} = \frac{m_1}{m_2}}$

Вариант задания 2

№1 Термодинамика.

(1) $pV_1 = \nu R(T_g - T_н) = \nu R\Delta T = const$

$pV_1 = mgh$ (работа силы по перемещению) $m = const$ $(\rho_в = const)$

$p = p_0 + \rho_в gh$ – (p - избыточное)

Ур(1): $pV_1 = \nu R\Delta T$

$(p_0 + \rho_1 gh)\frac{m}{\rho_в} = \nu R\Delta T$

Найдем давление

$\frac{k_1}{k_2} = \frac{m_1}{m_2}$ k_2

Далее:

Конец: с шариком Количество:

Далее в середине Количество

$pV = \nu_1 RT_1$ (сразу пустой)

$pV = \nu_2 RT_2$

$\nu_1 T_1 = \nu_2 T_2$ $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{T_2}{T_1}$ $\frac{k_1}{k_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{30в}{288} = 1,05$

Нач:

$V - V_в$

$\nu, T_н$

p_0

h

$p(V - V_в) = \nu R T_н$

Далее:

V

ν, T_g

$p_в$

p

$pV = \nu R T_g$

За весь цикл газ получил Q тепла

$Q = \Delta U + A$

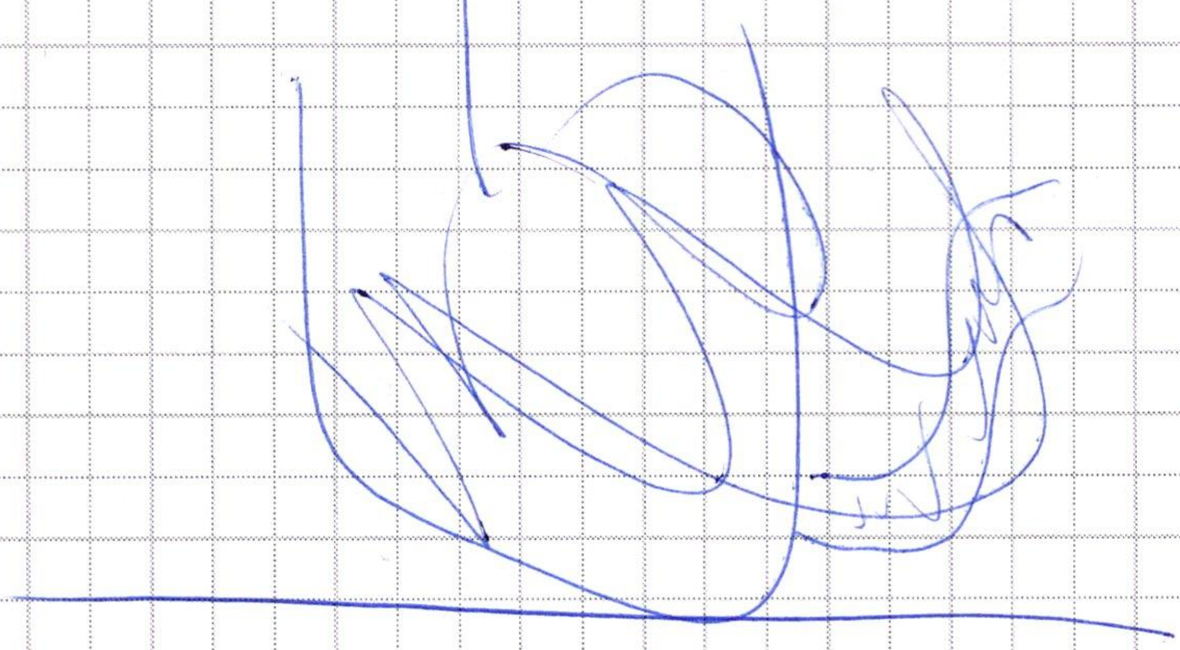
~~[redacted]~~ $\Delta U = \frac{5}{2}\nu R \Delta T$ $C_V = \frac{5}{2}R$; $i = 5$

(кислород, азот ~ ~)

$A = \nu R \Delta T$ – работа газа при нагревании ($p = const$)

~~$\nu R \Delta T =$ [redacted]~~

Р.о. газ был изохорически нагрет до темпер. T_2, при которой $p = p_0 + \rho g h$



из предыдущего

Выведем нет-ю в т. 1.

Из Эл-стат.

